LÓGICA PARA COMPUTACIÓN

Año 2024

PRÁCTICO 1: CÁLCULO PROPOSICIONAL

EL LENGUAJE

Ejercicio 1:

Analizar las siguientes frases y determinar cuáles son proposiciones, justificando su decisión en cada caso:

1. Las ballenas son mamíferos marinos.
2. π por radio al cuadrado.
3. Todos los caballeros de la mesa redonda son leales a Arturo.
4. Dos es mayor que tres.
5. Voy a comprar pan y a tomar un café.
6. ¡Ve a comprar el pan!
7. Cierra la puerta.
8. Ballena.
9. ¡Me duele!
10. El cielo es azul y los campos son verdes.
11. ¿Juan es el maestro de Paola?
12. El perro está haciendo cosas raras.
13. π por radio al cuadrado es igual a la superficie del círculo.
14. Las flores son plantas o los erizos son aves.

Ejercicio 2:

Sea $\mathcal{L}_1$ el lenguaje obtenido a partir del alfabeto $\mathcal{A}_1 = \{*, \ \sim, \bowtie\}$ y la siguiente gramática:

i. $\bowtie$ es una fórmula; $\sim\bowtie$ es una fórmula.

ii. Si X es una fórmula, entonces

- $\sim X$ también lo es.
- $\bowtie \sim * X$ también lo es.
- $\sim * X$ también lo es.

iii. X es una fórmula si y sólo si se la puede obtener aplicando un número finito de veces las reglas anteriores (condición última).

1. Para cada una de las siguientes secuencias decidir si son o no fórmulas del lenguaje $\mathcal{L}_1$:

a) $*$	**b)** $\bowtie$
c) $\sim$	**d)** $\sim\bowtie\sim\sim$
e) $\sim\sim*\bowtie$	**f)** $\bowtie\sim\bowtie\sim*\sim$
g) $\bowtie\sim*\sim\sim*\sim$	**h)** $***$
i) $\sim*\sim\bowtie$	**j)** $\sim**\sim\bowtie$

2. Escribir 5 expresiones de $\mathcal{L}_1$ que no sean fórmulas y 5 que sí lo sean. En cada caso, cuando sea fórmula, mostrar la secuencia de reglas de la gramática que aplicó para obtenerlas.

Ejercicio 3:

Representar las siguientes expresiones del lenguaje natural en forma simbólica, utilizando los símbolos de la lógica proposicional y explicitando claramente las proposiciones simples que intervienen (p_1, p_2, p_3, etc.). (La tabla que aparece al final del práctico puede servir de ayuda)

1. A Pedro no le gusta el dulce de leche ni la miel.
2. Pedro y María van al cine todos los sábados.
3. Si no hay ruidos y no estás sordo, entonces debes oírme.
4. El perro está haciendo cosas raras.
5. Prefiero ir de vacaciones o estar sin hacer nada si tengo tiempo para ello y no tengo que ir a trabajar.
6. Juan necesita un matemático o un informático.
7. Si x es número racional e y es un número entero, entonces z no es real.
8. No es cierto que los platos están sobre la mesa y la comida está servida.
9. Además de comer tarta, beberé sidra.
10. No es cierto que no me guste bailar.
11. Si los gatos de mi hermana no soltaran tanto pelo me gustaría acariciarlos.
12. Sólo si viera un marciano con mis propios ojos, creería que hay vida extraterrestre.
13. Si mañana viene papá, o vamos al cine o vamos al circo con Josefa.
14. Una de dos: o salgo a dar un paseo, o me pongo a estudiar como un energúmeno.
15. Para aprobar Lógica, el alumno debe asistir a clase, desarrollar un cuaderno de prácticas aceptable y demostrar que dicho cuaderno ha sido desarrollado por él; o desarrollar un cuaderno de prácticas aceptable y aprobar el examen final.
16. Si la Luna no es un planeta y no gira alrededor del Sol es un satélite y pertenece a la Vía Láctea.
17. Federico se irá a las Fiji o a las Seychelles si y sólo si le toca la lotería y no se arruina en la ruleta.
18. O Andrés estaba equivocado y Sofía tenía razón o Sofía no tenía razón.
19. Si los pacientes del pabellón 4 son trasladados al pabellón 2, aumentará el riesgo de contagio de gripe en esa sala y no se reducirá el uso de antihistamínicos.

20. Si los elefantes volaran o supieran tocar el acordeón, pensaría que estoy como una regadera y dejaría que me internaran en un psiquiátrico.
21. Si copias en el examen, no aprobarás y, o bien serás expedientado o bien te quedarás castigado todos los días por la tarde.

Ejercicio 4:

Determinar cuáles de las siguientes secuencias pertenecen al lenguaje **Form** definido en teoría, justificando en cada caso su decisión. Cuando la razón sea la falta de paréntesis, transformarlas en fórmulas del lenguaje.

1. $\vee\, p_0$
2. $(\neg p_1 \to (p_2 \vee p_3)) \leftrightarrow \neg p_5$
3. $((p_3 \vee \neg p_1) \to p_2 \neg)$
4. $\wedge(p_3 \wedge p_7)$
5. $\neg((\neg p_2 \to p_3 \wedge p_4) \vee p_1)$
6. $\neg(p_1 \vee p_2 \leftrightarrow p_3 \to \neg p_4 \wedge (p_2 \leftrightarrow p_3)$
7. $(p_3 \wedge (p_1 \to (\neg p_2 \vee p_3)) \vee (p_4 \to p_1))$
8. $((p_3 \to \neg) \vee p_9)$
9. $\neg(p_1 \to (((\neg p_2 \to (p_3 \vee (p_4 \wedge p_5))) \to p_5) \to \neg p_6))$

Ejercicio 5:

Proporcionar expresiones del lenguaje castellano que puedan corresponder a las siguientes fórmulas, aclarando en cada caso qué proposición corresponde a cada variable proposicional:

1. $(p_1 \to (p_2 \wedge p_3))$
2. $((\neg p_2 \wedge \neg p_3) \to \neg p_1)$
3. $\neg(p_3 \wedge p_9)$
4. $(\neg p_3 \wedge \neg\, p_9)$
5. $(\neg p_1 \to ((p_2 \to p_3) \wedge (p_3 \to p_2)))$
6. $((p_1 \wedge p_2) \wedge \neg(p_1 \vee p_2)$
7. $((p_1 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_1 \wedge p_3))$

Ejercicio 6:

Interprete las siguiente formas proposicionales utilizando, para cada variable proposicional, las expresiones listadas a continuación:

p_1 = Andrés fue al dentista.
p_2 = el dentista faltó a la cita.
p_3 = el dentista le hizo un conducto a Andrés.
p_4 = el dentista tardó poco tiempo.
p_5 = los otros pacientes tuvieron que esperar.

1. $(p_1 \wedge \neg p_2)$
2. $(p_1 \wedge p_2)$
3. $\neg(p_1 \wedge p_4)$
4. $(\neg p_2 \rightarrow p_3)$
5. $(\neg p_1 \wedge \neg\, p_4)$
6. $((p_3 \wedge \neg p_4) \rightarrow p_5)$
7. $(p_2 \rightarrow (\neg p_3 \wedge \neg p_5))$
8. $((p_1 \wedge \neg p_2) \rightarrow (p_3 \rightarrow (p_4 \vee p_5)))$

Ejercicio 7:

Dadas las fórmulas:

i. $((p_2 \rightarrow \neg p_3) \rightarrow \neg(p_2 \wedge (\neg p_5 \rightarrow p_3)))$

ii. $(((\neg(p_1 \wedge p_2) \vee p_2) \rightarrow \neg p_4) \wedge \neg p_0)$

iii. $(((\neg(p_1 \rightarrow p_1) \vee p_1) \rightarrow \neg p_4) \vee \neg p_1)$

1. Dar dos cadenas de formación irreducibles y dos que **no** lo sean, para cada una de ellas.
2. En cada caso dar las secuencias de reglas **(FP1)**, **(FP2)** y **(FP3)** utilizadas para escribir cada una de las fórmulas.

Ejercicio 8:

Decidir si las siguientes expresiones son fórmulas, utilizando el concepto de *cadena de formaci ón*.

1. $\neg(p_2 \wedge (\neg p_5 \rightarrow p_3))$
2. $(((p_1 \wedge p_2) \vee p_5) \rightarrow \neg p_4)$
3. $((p_3 \wedge p_2 \vee p_4 \rightarrow p_1)$
4. $(((\vee p_2) \rightarrow \neg p_4) \wedge \neg p_0)$
5. $(\neg(p_1 \rightarrow p_1) \vee p_1)$

Ejercicio 9:

Sea $\mathbf{Form}$ el lenguaje del cálculo proposicional definido en teoría, se pide:

1. Caracterizar el tipo de fórmulas del mismo, que se pueden obtener con las cadenas de formación irredundantes de longitud 2 y de longitud 3.
2. Si tiene una *secuencia* de cadenas de formación de longitud 1, la misma ¿ Forma una cadena de formación? ¿De qué fórmula?

Ejercicio 10:

Sea **Form** el lenguaje del cálculo proposicional definido en teoría, y sea p la función peso. Dadas las siguientes expresiones de $\mathcal{A}^*$:

$$X_1 = (((p_1 \wedge p_2) \vee p_2) \to \neg p_4) \qquad X_2 = ((p_1 \wedge p_2 \vee p_2 \to p_1$$
$$X_3 = \neg p_0 \qquad X_4 = (\neg p_0)$$
$$X_5 = X_2 \wedge X_3 \qquad X_6 = (X_2 \wedge X_3)$$

a) Calcular $p(X_i)$ para cada una de las expresiones dadas (donde diga X_i reemplazar por la fórmula correspondiente).

b) ¿Puede decir cuáles de las X_i son fórmulas de **Form** usando sólo lo calculado en el punto anterior?

c) ¿Puede decir cuáles de las X_i no son fórmulas de **Form** usando sólo lo calculado en el punto **a)**?

d) Para las expresiones X_i que sean fórmulas mostrar una cadena de formación. ¿Qué característica común tienen dichas fórmulas, considerando lo calculado en el punto **a)**?

e) Para cada una de las fórmulas X_i calcular su grado de complejidad.

La siguiente tabla muestra ejemplos de cómo representar algunas expresiones en lenguaje coloquial utilizando fórmulas del cálculo proposicional.

conectivas lógicas	conectivas lingüísticas
$\neg P$	no es el caso de *P* no *P* no es cierto que *P*
$P \wedge Q$	P y Q *P* pero *Q* *P* aunque *Q*
$P \vee Q$	*P* o *Q* ya *P*, ya *Q*, ya ambas *P*, o bien *Q*
$P \to Q$	Si *P* entonces *Q* *P* sólo si *Q* sólo *P* si *Q* Es suficiente *P* para que *Q* no *P* a menos que *Q* Cuando *P*, *Q*