

LÓGICA PARA COMPUTACIÓN

Año 2025

PRÁCTICO 7: CÁLCULO DE PREDICADOS

Tercera Parte

Ejercicio 1:

- a) Escribir enunciados que describan las siguientes propiedades de relaciones con dominios coincidentes: reflexiva, simétrica, transitiva, antirreflexiva, antisimétrica y débilmente antisimétrica. Aclare el vocabulario y el universo sobre el que trabaja.
- b) Expresar las siguientes propiedades de relaciones con dominios no necesariamente coincidentes por medio de enunciados: función, total, inyectiva y sobreyectiva. Aclare el vocabulario y el universo sobre el que trabaja.
- c) Defina un vocabulario, que incluya los predicados A , B y C , y un universo que le permitan expresar los siguientes enunciados: $A \subseteq B$, $A \cap B \neq \emptyset$, $A \subset B$, $A - B = C$.
- d) Para cada uno de los enunciados de las partes a), b) y c) obtener una interpretación en que se satisfaga y otra en la que no.

Ejercicio 2:

Sea el lenguaje con igualdad L_σ definido en el práctico 6, con vocabulario $\sigma = \langle P, R, c \rangle$ donde P es un símbolo de predicado binario, R uno unario, y c un símbolo de constante. Sea la estructura $\mathcal{A} = \langle \mathbb{B}, \text{Sobre}, \text{SoMe}, a \rangle$, con $\mathbb{B}$ el universo de bloques, $\text{Sobre}(x, y) = \text{“el bloque } x \text{ está sobre el bloque } y\text{”}$, y $\text{SoMe}(x) = \text{“el bloque } x \text{ está sobre la mesa”}$. Escribir en L_σ enunciados que expresen las siguientes relaciones:

- $\text{Bajo}(x, y)$: se satisface cuando el bloque x está debajo del bloque y .
- $\text{Libre}(x)$: se verifica cuando el bloque x no tiene ningún bloque sobre él.
- $\text{Pila}(x, y, z)$: se satisface cuando el bloque x está sobre el bloque y , el bloque y se encuentra sobre el bloque z y el bloque z está sobre la mesa.

Ejercicio 3:

Sea L_σ un lenguaje con igualdad con vocabulario $\sigma = \langle G^{(1)}, E^{(4)}, \leq^{(2)}, c_1, c_2 \rangle$, donde G , E y $\leq$ son símbolos de relación, y c_1 y c_2 son símbolos de constantes.

Sea $\mathcal{A} = \langle D, G^D, E^D, \leq^D, c_1^D, c_2^D \rangle$ una σ -estructura.

Sea D el dominio de la σ -estructura.

Sea G^D el conjunto de ciudades, con $G^D \subseteq D$.

$E^D = \{(x, y, z, w) / x, y \in G^D \wedge \text{“existe un vuelo directo desde } x \text{ a } y \text{ con costo } z \text{ en la aerolínea } w\text{”}\}$, con $E^D \subseteq D \times D \times D \times D$.

$\leq^D$ es la relación “menor o igual” definida sobre los elementos del dominio de la estructura (Orden total y dicotómica).

Sean c_1^D y c_2^D interpretadas con elementos de $G^D \subseteq D$.

Expresar los siguientes enunciados o propiedades en L_σ :

1. Todas las ciudades tienen acceso a otra ciudad por algún vuelo directo.
2. Si una ciudad tiene vuelo directo a otra ciudad, entonces con una aerolínea desde esa ciudad se puede acceder a la primera haciendo escala en una ciudad intermedia.
3. Siempre hay una forma de llegar de una ciudad a otra pasando por dos ciudades alternativas distintas con una aerolínea.
4. Siempre existe una ciudad que accede a todas las demás ciudades por vuelo directo.
5. Todas las ciudades tienen vuelos bautismos. Estos son paseos que sobrevuelan la ciudad.
6. Si una ciudad tiene vuelo a otra ciudad con una escala intermedia, entonces desde la ciudad destino se puede acceder a la primera por vuelo directo.
7. Siempre hay una ciudad que partiendo de ella se llega a ella misma, con una escala, por dos ciudades alternativas.

Ejercicio 4

Dar, para la σ -estructura $\mathcal{A}$ definida en el **ejercicio 3**, una instancia para el dominio D y para G^D , E^D , c_1^D y c_2^D de modo tal que la $\mathcal{A}$ sea modelo de los enunciados 1, 2, 3 y 4 del mismo ejercicio.

Ejercicio 5

Dar, para la σ -estructura $\mathcal{A}$ definida en el **ejercicio 3**, una instancia para el dominio D y para G^D , E^D , c_1^D y c_2^D de modo tal que la $\mathcal{A}$ sea modelo de los enunciados 5, 6, y 7 del mismo ejercicio.

Ejercicio 6

Sea L_σ definido en el **ejercicio 2**, expresar las siguientes frases en L_σ , utilizando, si lo necesita, lo definido en ese ejercicio.

1. ¿Hay bloques libres?
2. El bloque central de cualquier pila no está libre.
3. Defina una pila en la cual el bloque z no esté sobre la mesa.
4. ¿Cuáles son los bloques que participan de una pila?
5. Hay exactamente dos bloques libres.
6. Devolver los bloques que estén en medio de una pila.

7. Hay un bloque sobre la mesa y está libre.
8. Sólo hay un bloque sobre la mesa y no está libre.
9. El bloque de arriba de una pila está bajo otro bloque.

Ejercicio 7

Sea la σ -estructura $\mathcal{A}$ definida en el **ejercicio 3**, expresar las siguientes consultas en cálculo de predicados de primer orden (FO):

1. ¿Cuáles son las ciudades aisladas?
2. ¿Existen ciudades aisladas?
3. Dar las ciudades de las que parten vuelos pero que ninguno llega a ellas.
4. Dadas dos ciudades c_1^D y c_2^D , dar la/s aerolínea/s con el costo de vuelo directo más barato desde c_1^D a c_2^D .
5. Dadas dos ciudades c_1^D y c_2^D , dar la/s aerolínea/s con el costo de vuelo directo más caro desde c_1^D a c_2^D .
6. Para cada aerolínea indicar entre qué ciudades no tiene vuelos directos.
7. Pares de ciudades que tengan acceso entre ellas por medio de vuelos con una escala.
8. Pares de ciudades que no estén conectadas o si lo están existen por lo menos 4 escalas entre ellas.
9. ¿Para todos los pares de ciudades posibles existe una conexión con exactamente 4 escalas?

Ejercicio 8

Para las consultas del ejercicio anterior se pide:

- a) Decir cuáles son enunciados y cuáles no.
- b) Dar para cada una de las consultas, usando la σ -estructura $\mathcal{A}$ definida en el **ejercicio 3**, una instancia para el dominio D y para G^D , E^D , c_1^D y c_2^D de modo tal que se satisfaga y mostrar la respuesta obtenida.